

Calcul d'une probabilité par dénombrement

Exercices du syllabus pages 7 et 8

1) le jet de deux pièces de monnaie

Quelle est la probabilité que les deux pièces retombent sur le même côté ? $2/36 = 1/18$

2) le jet de trois pièces

Quelle est la probabilité que les trois pièces

- tombent sur le même côté ? $2/216 = 1/108$
- ne tombent jamais sur pile ? $1/216$

3) On jette 4 fois une pièce et on note le côté sur lequel elle retombe. Quelle est la probabilité qu'elle tombe

- 4 fois du même côté $2/16 = 1/8$
- d'abord sur face puis 3 fois sur pile $1/16$
- une fois sur face et 3 fois sur pile (dans n'importe quel ordre) $4/16 = 1/4$
- au moins une fois sur pile événement contraire : ne pas tomber sur pile $P = 1/16$
 $P(\text{tomber au moins une fois sur pile}) = 1 - 1/16 = 15/16$
- en alternance sur pile puis face $1/16$

4) On jette deux dés et on note le couple de points obtenus.

Quelle est la probabilité d'obtenir

- une somme égale à 8 $5/36$
- deux nombres consécutifs croissants $5/36$
- un nombre et son double $3/36 = 1/12$
- au moins un 6 événement contraire : pas de 6 $P = 25/36$
 $P(\text{avoir au moins un 6}) = 1 - 25/36 = 11/36$
- au moins un 6 ou un 3 événement contraire : pas de 6 ni de 3 $P = 16/36$
 $P(\text{avoir au moins un 6 ou un 3}) = 1 - 16/36 = 20/36 = 5/9$

5) D'un jeu de 52 cartes, on en tire deux et on les note. $\# \Omega = 52 \cdot 51 = 2652$
 Quelle est la probabilité de tirer

- deux cartes de même couleur (pique, carreau, cœur, trèfle) $(13 \cdot 12 \cdot 4) / 2652 = 12/51$
- un valet (V) puis un pique (P) possibilités : valeur de pique puis pique
 ou
 valet non pique puis pique
 $P = ((1 \cdot 12) + (3 \cdot 13)) / 2652 = 1/52$

6) On jette trois fois un dé et on note le triplet de nombres obtenus. Calculer la probabilité d'avoir

- 3 fois le chiffre 6 $1/216$
- une somme égale à 17 $3/216$
- 3 fois le même chiffre $6/216 = 1/36$
- 2 fois exactement le chiffre 6 $15/216$
- au moins une fois le chiffre 6 $1 - (125/216) = 91/216$
- moins de 2 fois le chiffre 1 c'est-à-dire une seule fois le « 1 » ou pas de « 1 »
 $P = ((25 \cdot 3) + 125) / 216 = 200/216 = 25/27$
- 3 fois le chiffre 1 ou le 1 suivi de deux impairs (I) 111 ou 1II
 attention : 1II comprend déjà le 111
 $P = 25/216$
- 3 fois le chiffre 1 ou le 1 suivi de deux pairs (P) 111 ou 1PP
 $P = (1 + 9) / 216 = 10/216 = 5/108$

7) Dans une famille de 5 enfants, quelle est la probabilité d'avoir

- une fille pour l'aînée $1/2$
 remarque : on tient compte de l'ordre des naissances
- une fille de plus qu'un garçon c'est-à-dire 3 filles et 2 garçons
 $9/32$

8) Dans un choix de 6 langues étrangères (A,D,N,E,I,R), quelle est la probabilité que les deux langues choisies par un élève soit A et E

à faire avec l'analyse combinatoire ou le diagramme cartésien

- Si les deux langues sont équivalentes (A,E) = (E,A)

$$\frac{1}{C_6^2} = \frac{1}{15}$$

- Si l'une est une langue à 4h (A) et l'autre une langue à 2h (E)

$$\frac{1}{A_6^2} = \frac{1}{30}$$

9) Une urne contient 2 boules rouges et 3 boules noires.

Quelle est la probabilité de tirer 2 boules de couleurs différentes ? # $\Omega = 5 \cdot 4 = 20$

par dénombrement des couples : $P\{RN, NR\} = (2 \cdot 3)/20 + (3 \cdot 2)/20 = 12/20 = 3/5$

ou par tirages successifs :

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} + \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

10) Sur un CD sont enregistrées 5 chansons. Une touche du lecteur permet de diffuser les chansons dans un ordre aléatoire. Quelle est la probabilité que l'écoute commence par la chanson N°3 ?

à faire avec l'analyse combinatoire

$$P = \frac{1}{p_6} = \frac{1}{720}$$

11) Un secrétariat utilise 3 photocopieuses. Les deux plus anciennes ont une probabilité de 5% de tomber en panne entre deux entretiens tandis que la plus récente a une probabilité de 1%. Quelle est la probabilité que

- Deux photocopieuses exactement tombent en panne

Numérotons les 3 machines selon leur ancienneté (1/2/3)

$$P(1) = P(2) = 0,05 \quad P(3) = 0,01$$

$P(1^{\text{ère}} \text{ et } 2^{\text{ème}} \text{ en panne et } 3^{\text{ème}} \text{ non ou } 1^{\text{ère}} \text{ et } 3^{\text{ème}} \text{ en panne et } 2^{\text{ème}} \text{ non ou } 2^{\text{ème}} \text{ et } 3^{\text{ème}} \text{ en panne et } 1^{\text{ère}} \text{ non})$

$$= 0,05 \cdot 0,05 \cdot (1 - 0,01) + 0,05 \cdot 0,01 \cdot (1 - 0,05) + 0,05 \cdot 0,01 \cdot (1 - 0,05) = 0,003425 = 0,3425\%$$

- Qu'il y ait toujours au moins une photocopieuse en ordre de marche (événement E)

considérons l'événement contraire \bar{E} : toutes les 3 sont en panne $P(\bar{E}) = 0,05 \cdot 0,05 \cdot 0,01$

$$= 0,000025 = 0,0025\%$$

d'où $P(E) = 99,9975\%$